ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 AOUT 1902.

PRÉSIDENCE DE M. BOUQUET DE LA GRYE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OPTIQUE. — *Réflexion et réfraction par un corps animé d'une translation rapide : construction des rayons, indépendante de la translation, et rotation, paraissant au contraire en dépendre, du plan de polarisation du rayon réfracté.* Note de M. **J. Boussinesq**.

« I. Au degré d'approximation considéré ici ([1]), où nous négligeons dans les formules les termes non linéaires en V_x, V_y, V_z, *les rayons réfléchi et réfracté ont, avec la normale à la surface séparative et avec le rayon incident, les mêmes rapports de position que si les ondes participaient entièrement à la translation* V *du corps et que tout le système fût en repos.*

» Soient, en effet, x, y, z les coordonnées du point où le rayon incident prolongé atteint la surface d'onde relative au premier milieu. C'est une sphère, d'un rayon R égal à $\frac{\omega}{N}$ (ω désignant ici la vitesse de la lumière dans l'éther libre), et dont le centre, par suite de son recul $\frac{V}{N^2}$ à partir de l'origine, aura acquis de petites coordonnées a, b, c. Son équation sera donc, en négligeant les carrés de a, b, c,

$$(18) \qquad x^2 + y^2 + z^2 - 2(ax + by + cz) = R^2.$$

» Quant à l'onde courbe relative au second milieu, ce sera une sphère d'un rayon, R', produit de R par le rapport $n = \frac{N}{N'}$, et dont le centre aura pris les petites coordonnées $n^2 a$, $n^2 b$, $n^2 c$. Son équation, si x', y', z' y

---

([1]) Voir le précédent *Compte rendu*, p. 269.

désignent les coordonnées courantes et, en particulier, celles de l'extrémité du rayon réfracté, sera

$$(19) \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 - 2n^2(ax' + by' + cz') = n^2 R^2.$$

» Le fait que l'onde plane réfractée, tangente en (x', y', z') à cette seconde sphère, a même trace sur le plan des yz (surface séparative des deux milieux) que l'onde plane incidente, tangente en (x, y, z) à la sphère (18), s'exprime aisément, par la double proportion

$$(20) \qquad \frac{y' - n^2 b}{y - b} = \frac{z' - n^2 c}{z - c} = \frac{n^2(R^2 + ax' + by' + cz')}{R^2 + ax + by + cz}.$$

« Égalons chacun des deux premiers rapports au troisième, en observant que la petitesse de a, b, c permet, après avoir remplacé respectivement $y' - n^2 b$, $y - b$, $R^2 + ax' + \ldots$, $R^2 + ax + \ldots$, etc. par $y'\left(1 - \frac{n^2 b}{y'}\right)$, $y\left(1 - \frac{b}{y}\right)$, $R^2\left(1 + \frac{ax' + \ldots}{R^2}\right)$, $R^2\left(1 + \frac{ax + \ldots}{R^2}\right)$, ..., de négliger partout, dans les calculs des parenthèses, les carrés et produits des termes autres que 1. La première des deux formules obtenues donnera

$$(21) \quad \begin{cases} y' = n^2 y\left[1 + \dfrac{a(x' - x) + b(y' - y) + c(z' - z)}{R^2} + b\left(\dfrac{n^2}{y'} - \dfrac{1}{y}\right)\right] \\ \quad = n^2 y\left[1 + \dfrac{a(x' - x) + b(y' - y) + c(z' - z)}{R^2}\right], \end{cases}$$

le troisième membre se déduisant du deuxième par la substitution à y', dans le *petit* terme en b, de la valeur *approchée* $n^2 y$. Et l'on aura une formule analogue en z'.

» Appelons maintenant δ, δ' les longueurs $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$ des deux rayons, et cherchons à rattacher de même δ' à δ. Les équations (18), (19) reviennent à poser, à très peu près,

$$\delta = R\left(1 + \frac{ax + by + cz}{R^2}\right), \qquad \delta' = nR\left(1 + \frac{ax' + by' + cz'}{R^2}\right);$$

il vient donc

$$(22) \qquad \delta' = n\delta\left[1 + \frac{a(x' - x) + b(y' - y) + c(z' - z)}{R^2}\right].$$

» Divisons la formule (21) et son analogue en z' par celle-ci (22), et appelons (α, β, γ), $(\alpha', \beta', \gamma')$ les cosinus directeurs respectifs, $\frac{(x, y, z)}{\delta}$ et

$\frac{(x', y', z')}{\delta'}$, des deux rayons incident et réfracté. Nous aurons

$$(23)\qquad \beta' = n\beta, \qquad \gamma' = n\gamma.$$

Ces équations déterminent β', γ' et, par suite, la direction du rayon réfracté; car le troisième cosinus directeur, α', égal à

$$\sqrt{1-(\beta'^2+\gamma'^2)} \quad \text{ou à} \quad \sqrt{1-n^2(\beta^2+\gamma^2)},$$

doit être de même signe que α. Or, l'on voit que *les petites excentricités* (a, b, c), $(n^2 a, n^2 b, n^2 c)$ *des ondes courbes n'y figurent pas.*

» II. La démonstration s'étend au rayon réfléchi. Il suffit de faire $n = 1$, ou de prendre la deuxième onde courbe identique à la première, mais en attribuant au cosinus α' la valeur $-\sqrt{1-(\beta^2+\gamma^2)}$ ou $-\alpha$.

» III. Si les excentricités subies par les deux surfaces d'onde courbes ne modifient pas sensiblement les directions des deux rayons réfléchi et réfracté, elles paraissent avoir une influence un peu moins négligeable sur d'autres circonstances du phénomène. Telle serait, par exemple, d'après de mémorables expériences de Fizeau ([1]), la rotation $\alpha_1 - \alpha$ du plan de polarisation par la réfraction, rotation que permettra de calculer la dernière formule, (17), de la Note précédente.

» Fizeau lançait à travers plusieurs piles de glaces un rayon rectilignement polarisé, qu'il dirigeait, tantôt, en sens inverse de la translation V du globe terrestre, tantôt dans le même sens, et il tâchait d'apprécier la différence introduite par ce retournement dans l'azimut final de polarisation du rayon. Comme on passe du premier cas au second par un simple changement de signe de V, il nous suffira d'établir la formule convenant au premier cas. Nous supposerons seulement, pour plus de généralité, que la translation V fasse, *dans le plan d'incidence* (plan des xy), un angle θ quelconque (pouvant donc différer de l'angle i d'incidence) avec la normale aux surfaces séparatives, tirée du côté d'où vient le rayon incident, ou, par conséquent, un angle quelconque $\theta - i$ avec ce rayon.

» IV. Les *excentricités* $\frac{V}{N^2}$, $\frac{V}{N'^2}$ se construiront pour la première réfraction, à partir du point O où le rayon incident perce la surface séparative correspondante, sur la droite faisant, avec le prolongement même de ce

---

([1]) *Comptes rendus*, t. XLIX, p. 717 (14 novembre 1859), et *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LVIII, p. 129 à 163 (février 1860).

rayon incident, l'angle $\theta - i$, ou bien, avec la normale Ox tirée dans le second milieu, l'angle θ, du côté où est le rayon réfracté. Ces excentricités feront donc l'angle $\pi - i - \theta$ avec le rayon réfléchi et l'angle $\theta - r$ avec le rayon réfracté.

» La première, $\frac{V}{N^2}$, projetée sur la perpendiculaire au rayon réfléchi émanée de l'origine, y donne l'*écart d'aberration* $\frac{V}{N^2}\sin(\theta + i)$, entre ce rayon et la normale $R = \frac{\omega}{N}$ à l'onde courbe, normale menée par le point de contact de cette onde avec l'onde plane réfléchie, qui lui est tangente à l'extrémité du rayon réfléchi. L'aberration $i' - \iota'$ de celui-ci est donc $\frac{V\sin(\theta+i)}{N^2 R}$ ou $\frac{V\sin(\theta+i)}{\omega N}$; et, l'angle i' de réflexion égalant i, l'on a

$$\iota' = i - \frac{V}{\omega}\frac{\sin(\theta+i)}{N}.$$

De même, l'excentricité, $\frac{V}{N'^2}$, de l'onde courbe relative au second milieu donne, pour le rayon réfracté, en la projetant sur la perpendiculaire à ce rayon émanée de l'origine, un écart d'aberration, $(r - \rho)\frac{\omega}{N'}$ (où r est l'angle de réfraction), égal à $\frac{V\sin(\theta - r)}{N'^2}$; et l'on a

$$\rho = r - \frac{V}{\omega}\frac{\sin(\theta - r)}{N'}.$$

» La formule (17) devient donc, pour fournir la rotation $\alpha_1 - \alpha$ du plan de polarisation par la réfraction considérée :

$$(24)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\cot\alpha_1}{\cot\alpha} &= \cos(\iota' - \rho) = \cos\left\{ i - r - \frac{V}{\omega}\left[\frac{\sin(\theta+i)}{N} - \frac{\sin(\theta-r)}{N'}\right]\right\} \\ &= \cos(i-r)\left\{ 1 + \frac{V}{\omega}\left[\frac{\sin(\theta+i)}{N} - \frac{\sin(\theta-r)}{N'}\right]\operatorname{tang}(i-r)\right\}. \end{aligned} \right.$$

» Dans la réfraction qui a lieu sur la seconde face de la même lame transparente, c'est-à-dire à la sortie du rayon, i et r, N et N' échangent leurs rôles; de sorte que l'on a, en appelant α_2 l'azimut de polarisation du rayon transmis extérieur,

$$(25)\quad \frac{\cot\alpha_2}{\cot\alpha_1} = \cos(r - i)\left\{ 1 + \frac{V}{\omega}\left[\frac{\sin(\theta+r)}{N'} - \frac{\sin(\theta-i)}{N}\right]\operatorname{tang}(r-i)\right\},$$

et, en multipliant par (24),

$$\frac{\cot\alpha_2}{\cot\alpha} = \cos^2(i-r)\left\{1+\frac{V}{\omega}\left[\frac{\sin(\theta+i)+\sin(\theta-i)}{N} - \frac{\sin(\theta+r)+\sin(\theta-r)}{N'}\right]\tang(i-r)\right\}$$

$$= \cos^2(i-r)\left[1+2\frac{V\sin\theta}{\omega}\left(\frac{\cos i}{N}-\frac{\cos r}{N'}\right)\tang(i-r)\right].$$

» Comme enfin, très sensiblement, N égale 1 et que N′, indice de réfraction de la lame dans l'air, égale $\frac{\sin i}{\sin r}$, il vient

$$(26)\qquad \frac{\cot\alpha_2}{\cot\alpha} = \cos^2(i-r)\left[1+\frac{V}{\omega}\frac{\sin\theta}{\sin i}(\sin 2i - \sin 2r)\tang(i-r)\right].$$

» V. Comparons le second membre à ce qu'il serait si, la translation V n'existant pas, l'indice de réfraction, que j'appellerai m avec Fizeau, recevait un petit accroissement Δm. On trouve alors facilement

$$\frac{\cot\alpha_2}{\cot\alpha} = \cos^2\left(i-r+\frac{\Delta m}{m}\tang r\right) = \cos^2(i-r)\left[1-2\frac{\Delta m}{m}\tang r\tang(i-r)\right];$$

et une identification immédiate à (26) donne

$$(27)\qquad \frac{\Delta m}{m} = \frac{V}{\omega}\frac{\sin\theta}{\sin i}\frac{\sin 2r - \sin 2i}{2\tang r} = -\frac{V}{\omega}\frac{\sin\theta}{\sin i}\frac{\cos(i+r)\sin(i-r)}{\tang r},$$

pour l'accroissement relatif de l'indice de réfraction, qui produirait le supplément de rotation du plan de polarisation auquel donne lieu la translation V.

» Dans les observations de Fizeau, l'on avait $i=70°$, $m=1,5134$; d'où $r=38°23'$, $i-r=31°37'$, $\cos(i+r)=-\sin 18°23'$. En outre, $\frac{V}{\omega}=0,0001$ (environ) et, le plus souvent, θ ne différait pas sensiblement de i. Il résulte de la formule (27), dans ces conditions,

$$\frac{\Delta m}{m} = (\text{environ})\ 0,0000209 \text{ ou } \frac{1}{47900}.$$

» Fizeau a cru pouvoir, sur la foi de quelques inductions, proposer, pour le cas où $\theta = i$, la formule notablement plus forte

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{V}{\omega}\left(m-\frac{1}{m}\right)\cos(i-r);$$

elle donnerait, ici, $\frac{\Delta m}{m} = 0,0000726$, ou plus de trois fois autant que la précédente. Ce résultat plus fort se trouve être, il est vrai, de l'ordre d'une

moyenne entre ceux que lui ont fournis ses observations, fort divergents d'ailleurs (dans le rapport de 1 à 4 environ). Mais de nombreuses perturbations, que le génie expérimental si éminent de Fizeau avait été impuissant à lui faire neutraliser ou évaluer toutes, y intervenaient, malgré les plus persévérants efforts pour les éliminer ou les corriger. Aussi Fizeau espérait-il avoir seulement réussi, dans ce travail, à montrer l'existence, mais non à évaluer la grandeur, d'une influence de la translation terrestre sur le phénomène étudié.

» De nouvelles expériences pourraient-elles élucider la question? Les quantités à y mettre en vue sont tellement petites, qu'on n'ose guère l'espérer. »

BALISTIQUE. — *Sur la loi des pressions dans les bouches à feu.* Note de M. E. VALLIER.

« Dans deux Notes, insérées aux *Comptes rendus* des 22 juillet et 5 août 1901, j'ai étudié la représentation de la loi des pressions dans les bouches à feu à l'aide d'un système de formules approchées.

» Pour figurer des phénomènes tels que ces pressions, à croissance très rapide au début, puis à décroissance plus ou moins lente à allure asymptotique, j'avais recherché, exprimée en fonction du temps, une forme analytique à marche analogue et, après divers tâtonnements, adopté la fonction

$$\varphi(z) = z e^{1-z}$$

qui présente effectivement l'allure en question.

» Pour donner plus de souplesse à ce mode de représentation, j'ai ensuite introduit un exposant β dit *exposant de lenteur*, à déterminer d'après les conditions spéciales à chaque cas, et c'est donc la fonction $\varphi^{\beta}(z)$ qui fut adoptée en deuxième approximation. La détermination de cet exposant β a fait précisément l'objet de la Note du 5 août 1901.

» On y indiquait que, à défaut de données spéciales pour ladite détermination, on avait, à la suite d'une série d'applications numériques, établi entre cet exposant β et la caractéristique α spéciale à chaque tir la relation empirique

$$(\alpha - 1)\beta = 2$$

laquelle peut être considérée comme fournissant, à défaut de données plus

précises, la valeur de β la plus probable pour une valeur donnée de α, lorsque ce dernier paramètre varie entre 1, 4 et 3, ce qui comprend tous les cas de la pratique.

» De la considération de cette fonction $\varphi(z)$, puis $\varphi^\beta(z)$, on a déduit un certain nombre de fonctions balistiques du paramètre α, se prêtant à la solution des problèmes de toute espèce, et l'on a calculé des Tables numériques de ces fonctions pour les valeurs ci-dessous de l'exposant β :

$$\beta = 1, \quad 1,5, \quad 2,0, \quad 2,5, \quad 3,0, \quad 4,0, \quad 5,0.$$

(Ces fonctions sont définies analytiquement dans la Note du 22 juillet 1901.)

» Malheureusement, lorsque l'examen d'une question conduit à une valeur de β différente de celles énoncées ci-dessus, l'on est réduit à des interpolations compliquées, entraînant un labeur hors de proportion peut-être avec l'approximation qu'il suffirait d'obtenir.

» On peut rétablir la continuité des formules, tout en conservant une précision suffisante, en utilisant la relation empirique rappelée plus haut,

$$(1) \qquad (\alpha - 1)\beta = 2$$

qui fournit, à défaut de données plus certaines, la valeur de β la plus probable pour chaque valeur de α.

» Aux valeurs de β pour lesquelles les Tables sont construites (soit 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 4 et 5) correspondent des valeurs de α données par la relation (1); les Tables donnent donc, pour ces valeurs de α, les valeurs correspondantes les plus probables pour les diverses fonctions balistiques. En construisant les points figuratifs de ces valeurs et les réunissant par un trait continu, on obtiendra les courbes des valeurs les plus probables des diverses fonctions pour chaque valeur de α, c'est-à-dire celles qu'il convient d'employer lorsque la détermination exacte de l'exposant β n'est pas possible.

» La Table ci-dessous donne les valeurs de ces différentes fonctions en prenant le paramètre α pour argument, renvoyant, pour leur signification, aux Notes précitées de 1901 :

α.	P(α).	Θ(α).	Φ(α).	W(α).	T(α).	Q(α).
1,4	0,380	1,44	0,165	0,438	2,53	0,52
1,5	0,308	1,16	0,134	0,414	2,31	0,46
1,6	0,257	0,97	0,113	0,394	2,15	0,41
1,7	0,219	0,82	0,097	0,378	2,02	0,37
1,8	0,189	0,72	0,084	0,365	1,92	0,33

α.	P(α).	Θ(α).	Φ(α).	W(α).	T(α).	Q(α).
1,9	0,163	0,64	0,075	0,351	1,84	0,30
2,0	0,140	0,57	0,067	0,340	1,78	0,28
2,1	0,123	0,51	0,061	0,331	1,73	0,26
2,2	0,109	0,46	0,055	0,323	1,69	0,24
2,3	0,097	0,43	0,050	0,315	1,65	$0,22_5$
2,4	0,086	0,40	0,045	0,308	1,61	0,21
2,5	0,076	0,37	0,041	0,301	1,58	$0,19_5$
2,6	0,068	0,34	0,038	0,295	1,56	0,17
2,7	0,061	0,32	0,035	0,288	1,54	0,16
2,8	0,054	0,30	0,032	0,281	1,52	0,15
2,9	0,049	0,28	0,029	0,275	1,50	0,14
3,0	0,044	0,26	0,026	0,269	1,48	0,13

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières de genre fini.* Note de M. Ernst Lindelöf, présentée par M. Émile Picard.

« Ayant achevé l'impression de mon Mémoire sur la théorie des fonctions entières ([1]), que j'ai eu l'occasion d'annoncer dans une Note antérieure ([2]), je demande la permission de signaler ici quelques résultats nouveaux que j'y ai développés.

» Mais avant tout, je tiens à en rectifier un passage (note 2 de la page 35), où j'avais émis des doutes relativement à l'exactitude d'un résultat énoncé par M. Hadamard dans sa Note *Sur les fonctions entières* (Tome XXIV du *Bulletin de la Soc. Math. de France*). Dans cette Note, M. Hadamard, en parlant de deux courbes qu'il a été amené à considérer, dit qu'elles *vont en se resserrant indéfiniment*. Par une interprétation hâtive, j'avais cru qu'il voulait dire par là que la différence entre les ordonnées des deux courbes correspondantes à une même abscisse tende vers zéro lorsque cette abscisse augmente, ce qui aurait été contraire à la réalité. Or, comme me l'a bien voulu faire remarquer M. Hadamard, la proposition dont il s'agit est exacte si l'on compte la distance des courbes parallèlement à l'axe des abscisses. Ainsi, le doute que j'avais exprimé ne reposait que sur un malentendu de ma part.

([1]) Ce Mémoire fera partie du Tome XXXI des *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*.

([2]) *Comptes rendus* du 30 décembre 1901.

» Voici maintenant les résultats que je voulais signaler :

» 1. $f(x)$ étant une fonction entière quelconque dont la valeur à l'origine est égale à *un*, si l'on désigne par $M(r)$ le maximum de son module sur la circonférence $|x| = r$, et par $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, ses zéros rangés par ordre de modules croissants, on peut conclure du théorème de M. Jensen [1] que l'inégalité

$$\text{(1)} \qquad \frac{1}{|a_1, a_2, \ldots, a_n|} < \frac{M(r)}{r^n},$$

et par suite aussi, à plus forte raison, l'inégalité

$$\text{(2)} \qquad \frac{1}{|a_n|^n} < \frac{M(r)}{r^n},$$

est vérifiée pour toutes les valeurs de r et de l'indice n.

» Supposons en particulier qu'on ait, quelque petit que soit le nombre positif ε,

$$(a) \qquad M(r) < e^{(A+\varepsilon)\, r^{\rho} (\log r)^{\alpha}},$$

à partir d'une valeur finie de r, A étant une constante positive. De l'inégalité (2) on pourra alors tirer la suivante :

$$\text{(3)} \qquad |a_n| > (1-\varepsilon)\left[\frac{\rho^{\alpha-1}}{Ae}\, n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}},$$

à partir d'un certain indice n. Nous avons démontré que *cette limite inférieure de* $|a_n|$ *est la plus précise qu'on puisse indiquer tant qu'on ne fait d'autres hypothèses que* (a), ce qui, *a priori*, n'était nullement évident, vu les approximations assez grossières qui ont fourni la relation (2).

» Si les zéros de la fonction $f(x)$ sont assujettis à certaines restrictions, on pourra au contraire, dans bien des cas, préciser davantage la limite (3). Ainsi si, en dehors de (a), on admet encore cette autre hypothèse :

$$|a_n| < \left[\frac{B}{A}\, n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}},$$

pour n suffisamment grand, B étant une constante positive, on trouve à l'aide de (1) :

$$|a_n| > (1-\varepsilon)\left[\omega\, \frac{\rho^{\alpha-1}}{Ae}\, n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

---

[1] *Acta mathematica*, t. XXII.

à partir d'un certain indice n, ω désignant la plus petite racine positive de l'équation

$$x = e^{\frac{\rho^{\alpha-1}}{B e} x}.$$

On en conclut en particulier le théorème suivant :

» *Pour toute fonction entière satisfaisant à l'hypothèse* (a), *l'inégalité*

$$|a_n| > (1 - \varepsilon)\left[\frac{\rho^{\alpha-1}}{A} n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

est vérifiée pour une infinité d'indices n.

» C'est là encore un résultat bien précis. En voici un autre plus particulier, mais comportant cependant des applications intéressantes :

» *Si* $f(x)$ *est une fonction entière de genre* 0 *qui vérifie l'hypothèse* (a) *et dont les zéros sont tous situés sur un même rayon issu de l'origine, on aura, à partir d'un certain indice* n,

$$|a_n| > (1 - \varepsilon)\left[\frac{\rho^{\alpha-1}}{A} \frac{\tau^{1-\rho}}{1+\tau} n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}},$$

τ *désignant la racine positive de l'équation*

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)\log(1 + x) = \frac{1}{\rho}.$$

» La quantité $\frac{\tau^{1-\rho}}{1+\tau}$ va en croissant de $\frac{1}{e}$ à 1, lorsque ρ croît de 0 à 1.

» 2. Supposons maintenant que, l'hypothèse (a) étant toujours vérifiée, on ait en même temps, quelque petit que soit ε,

$$(b) \qquad M(r) > e^{(A-\varepsilon) r^\rho (\log r)^\alpha}$$

pour une infinité de valeurs r indéfiniment croissantes.

» Si ρ n'est pas entier, il existera alors un nombre positif λ tel qu'on ait, quelque petit que soit ε,

$$(4) \qquad |a_n| < (1 + \varepsilon)\left[\frac{\lambda}{A} n (\log n)^{-\alpha}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

pour une infinité d'indices n.

» Nous avons démontré que *la plus petite valeur* λ *telle que l'inégalité* (4) *ait lieu pour toute fonction entière vérifiant les hypothèses* (a) *et* (b), *est*

$$\lambda = \rho^{\alpha-1} \frac{\pi\rho}{\sin \pi\rho} \quad \textit{pour } 0 < \rho < 1,$$

et

$$\lambda = \frac{\rho^{\alpha-1}}{2\rho-2}\left\{\frac{\rho}{2-\rho} + \frac{\rho}{\rho-1}F(1, 1, \rho, -1)\right\} \quad \textit{pour } 1 < \rho < 2,$$

$F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ désignant la série hypergéométrique de Gauss.

» *Si* ρ *est un nombre entier, l'inégalité* (4) *sera remplacée par la suivante :*

$$(5) \quad |a_n| < (1+\varepsilon)\left[\frac{\mu}{A} n (\log n)^{-\alpha+1}\right]^{\frac{1}{\rho}} \quad \text{pour une infinité d'indices } n,$$

μ *désignant une constante positive dont la valeur précise est*

$$\mu = \frac{\rho^{\alpha-1}}{|\alpha|},$$

au moins si l'on a $\rho = 1$ ou $\rho = 2$, $\alpha < 0$. »

PHYSIQUE. — *Sur le mode de formation des rayons cathodiques et des rayons de Röntgen.* Note de M. TH. TOMMASINA.

« L'étude de la production unipolaire des rayons X avait permis à M. Jules Semenov [1] de constater que *l'anticathode n'émet de rayons que si elle porte une charge électrique et que, reliée au sol, elle n'engendre presque pas de rayons.* Étant donnée l'importance théorique de ce fait j'ai voulu essayer si, par quelques modifications expérimentales, il me serait possible de l'établir nettement.

» Le tube focus bianodique dont je me suis servi est très puissant : il donne, avec le dispositif ordinaire, la vision nette du squelette à plusieurs mètres de distance si l'on se place dans le champ de dispersion du miroir plan anticathodique, mais on l'entrevoit encore faiblement de tous les points de la salle, même derrière l'anticathode. C'est un tube du type sphérique à trois appendices, deux opposés axialement contenant l'un le miroir plan anodique et l'autre le miroir concave cathodique ; le troisième, qui est à côté de l'anode, est muni d'une longue tige qui a permis de placer le miroir plan anticathodique au centre du tube sur la ligne axiale des deux électrodes, en regard de la cathode avec une inclinaison de 45°. Par ce dispositif, la fluorescence du tube est nettement délimitée par le plan du miroir anticathodique qui le divise en deux parties égales, l'une faiblement éclairée et l'autre très fortement.

» Dans le but d'éviter tout effet de self-induction et pour arrêter, comme d'habitude, l'extracourant de fermeture, j'ai mis en communication le pôle positif de la bobine d'induction avec de l'eau distillée. A $1^{cm},5$ au-dessus de l'eau, était placée l'extrémité d'un fil métallique relié à la cathode du tube focus. Le pôle négatif de la

(1) *Comptes rendus*, t. CXXXIII, p. 217, 1901.

bobine étant isolé, l'anode et l'anticathode du tube étaient reliées entre elles et avec le sol par les conduites du gaz et de l'eau. Le fil partant du pôle positif de la bobine était rapproché du pôle négatif de façon à permettre une décharge entre eux lorsque la résistance du tube était trop grande, constituant en outre un court-circuit par effluve à aigrettes, lequel annulait l'action entre le secondaire de la bobine et le sol.

» A peine l'intensité du courant était-elle suffisante pour produire des décharges disruptives entre l'eau et le fil suspendu, que le tube commençait à manifester une légère fluorescence, distribuée un peu partout à sa surface, mais irrégulièrement. En augmentant le courant on arrivait à l'intensité voulue pour que l'action du miroir anticathodique pût devenir prépondérante; alors la moitié opposée du tube acquérait une plus grande luminosité, et l'on pouvait observer la modification produite sur le faisceau cathodique par l'action du déplacement d'un champ magnétique. Les rayons X étaient suffisamment intenses pour permettre de distinguer nettement des objets métalliques dans une enveloppe en cuir épais, placée derrière l'écran fluorescent.

» Ce résultat démontrant à l'évidence l'obtention des deux types de rayons avec l'anticathode reliée au sol et par flux anodique, il était naturel d'éliminer les deux électrodes qui ne semblaient point nécessaires à la production du phénomène.

» N'ayant pas à ma disposition un bon tube unipolaire, j'ai pu obtenir un résultat également démonstratif au moyen d'un tube bipolaire commun, de forme conique. Dans ce genre de tubes, comme l'on sait, la cathode est placée au sommet du cône, tandis que l'anode très petite et sans miroir est dans un appendice latéral du tube, de façon qu'elle ne gêne aucunement le passage des radiations cathodiques qui vont produire la tache de fluorescence sur la base du cône. J'ai pensé que l'anode isolée, à cause de sa surface métallique très petite, ne pouvait donner lieu qu'à une action minime, laquelle ne saurait empêcher la constatation du phénomène. En effet, avec le même dispositif que précédemment, la cathode étant reliée au pôle positif de la bobine par l'intermédiaire de la décharge sur l'eau distillée, l'anode du tube et le pôle négatif de la bobine étant isolés, la fluorescence se produisit sur tout le tube, allant en progressant d'intensité vers la base du cône sur laquelle se formait la tache de maximum de luminosité. J'ai pu alors constater comme précédemment les effets produits par les rayons cathodiques et les rayons X.

» Le résultat obtenu par ce dernier dispositif montre que la transformation du flux électrique anodique en rayons cathodiques peut avoir lieu par des réflexions multiples contre les parois intérieures du tube, comme on l'avait constaté par le dispositif bipolaire usuel. Ainsi l'on peut établir les conclusions suivantes :

» 1. *La réflexion diffuse du flux anodique seul est suffisante pour donner naissance aux rayons cathodiques et aux rayons de Röntgen.*

» 2. *Le phénomène a lieu même avec l'anticathode reliée au sol.*

» 3. *La réflexion multiple par les parois d'un tube à vide, au degré voulu*

de raréfaction, suffit pour produire la transformation partielle du flux anodique en rayons cathodiques et en rayons de Röntgen.

» Ces conclusions sont en parfait accord avec la déduction qu'on peut tirer du fait connu de l'existence de la tache d'oxydation dans la partie centrale du miroir concave de la cathode des tubes focus en usage. En effet, la position de cette tache démontre d'une manière irréfutable que l'agent qui produit les rayons cathodiques ne peut pas être émis par la cathode, et qu'il doit lui arriver d'une source qui se trouve dans le tube même, donc de l'anode. Ainsi cet agent doit être dans le flux anodique. Que la réflexion joue un grand rôle, sinon le rôle capital, dans la transformation du flux électrique en radiations, c'est ce qui était déjà démontré par le fait que les rayons cathodiques et les rayons X sont beaucoup plus intenses lorsqu'ils sont formés dans un tube focus muni d'anticathode que lorsqu'ils émanent directement de la cathode d'un tube simple.

» D'après les conclusions précédentes on peut envisager le mode de formation de ces rayons de la manière suivante : Le flux électrique qui part de l'anode pour se propager dans l'air raréfié du tube suit les lignes de force, formant lui-même ses propres conducteurs, qui consistent en alignements polarisés de matière radiante, comme cela a lieu dans la production du fantôme électrique par les poudres conductrices dans les liquides diélectriques, où l'on observe des projections ou jets de particules.

» Ce flux étant oscillant donne lieu à une destruction périodique des contacts, laquelle produit des vibrations qui deviennent visibles sous forme de luminescence. Dans le champ, ces alignements vont embrasser de tous les côtés le miroir cathodique, mais leur faisceau plus dense frappe la face concave en regard, laquelle se réchauffe davantage où les points d'arrivée sont plus nombreux. Cet échauffement augmente la raréfaction à proximité de la surface cathodique et donne lieu à l'espace obscur de Hittorf, ce qui explique l'accroissement de cet espace de nature interférentielle lorsque l'action est plus intense.

» Ce serait dans ces conditions et par suite de la modification mécanique de l'absorption partielle et de la réflexion diffuse, que la transformation semblerait avoir lieu. Ceci admis, on peut appliquer à cette catégorie de phénomènes les lois sur la propagation du flux de déplacement ou de polarisation dans un milieu diélectrique : ainsi les équations de Maxwell. Comme les déplacements infiniment petits d'un corps parfaitement élastique suivent les mêmes lois, on passe par l'intermédiaire du flux de déplacement uniforme aux vibrations, et l'on peut établir une liaison mécanique entre le flux électrique et les radiations. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Phénomènes observés à Zi-Ka-Wei (Chine) lors de l'éruption de la Martinique.* Note de M. DE MOIDREY, présentée par M. Mascart.

« L'éruption principale de la Montagne Pelée s'est produite le 8 mai, quelques minutes avant 8^h. Ce jour-là, à $7^h 58^m$ (t. m. de la Martinique), après une longue période de calme magnétique, notre bifilaire indique un accroissement brusque de la composante horizontale, qui reste agitée pendant 8 heures environ.

» De $12^h 25^m$ à $12^h 35^m$ la courbe de cet élément présente, sans doute possible, les caractères d'une agitation mécanique. Il était ici minuit ; à cette heure, en pleine campagne, aucune cause accidentelle ne peut influencer nos aimants. D'ailleurs, pendant le même temps, la courbe du grand baromètre enregistreur, habituellement très fine, a son épaisseur augmentée d'environ quatre fois ; il ne peut être question d'une onde atmosphérique, mais la colonne de mercure a agi en véritable séismographe ; à ce phénomène succède immédiatement un second accroissement assez brusque de la composante horizontale. Une troisième recrudescence, observée de $15^h 5^m$ à $15^h 15^m$, est suivie d'un calme à peu près complet pendant plus de 7 heures. On remarque alors une faible agitation, puis une nouvelle perturbation qui dure jusqu'au 9 vers 20^h.

» Nous avons donc ici des faits de deux ordres distincts : une perturbation magnétique dont le début coïncide, comme à Paris et à Lyon, avec l'explosion de la Montagne Pelée, et un ébranlement du sol qui aurait mis $4^h 27^m$ à se propager jusqu'ici, à moins qu'il ne corresponde à un des chocs postérieurs.

» L'observatoire de Zi-Ka-Wei est situé, à 10′ près, sur le méridien opposé à celui de la Martinique. »

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Nouvelles contributions à la physiologie des leucocytes.* Note de MM. **H. Stassano** et **F. Billon**, présentée par M. Alfred Giard.

« 1. Le phénomène de Sthör, à savoir la diapédèse des leucocytes à travers les muqueuses, se manifeste d'une façon particulièrement intense le long du tube digestif (Recklingausen). L'un de nous a montré, par différents procédés expérimentaux, que cette diapédèse constitue un des principaux mécanismes par lesquels l'économie se débarrasse des prin-

cipes qui lui sont nuisibles ou simplement inutiles ([1]). Le bichlorure de mercure, indiscutablement, introduit dans la circulation s'élimine en grande partie au niveau des voies digestives par l'intermédiaire des leucocytes. On peut s'assurer, par la réaction microchimique du ferrocyanure, qu'il en est de même pour le fer introduit dans les veines sous forme de saccharate; et d'autres observations portent à admettre que la diapédèse leucocytaire intervient dans chaque cas d'élimination intestinale.

» Par la peau et le système pileux s'éliminent aussi nombre de substances, l'arsenic et l'iode en sont les exemples les mieux étudiés. Cette élimination est trop lente pour que l'on puisse établir par l'expérience si les leucocytes y prennent part. Pourtant, l'anatomie comparée et l'expérimentation sur les animaux inférieurs nous autorisent à l'admettre. Le transport des granules excrétoires par les cellules migratrices a été constaté d'une façon certaine dans les groupes animaux les plus variés, des Échinodermes jusqu'aux Vertébrés. Depuis la démonstration donnée par M. Hugo Eisig, en 1879, du rôle excrétoire de l'épiderme des Capitellides, de nombreux travaux sont venus confirmer la théorie de ce savant sur la nature excrétoire des pigments colorés des animaux.

» Bien des faits entraînent également la conviction que les leucocytes sont aussi les agents de l'élimination qui se fait par les glandes. Les leucocytes sont les porteurs exclusifs de l'iode contenu dans le sang normal (Stassano et Bourcet); cela conduit à penser que l'iode, qui se retrouve aussi à l'état normal dans le lait (combiné aux nucléines, Stassano et Bourcet), est apporté par les leucocytes aux glandes mammaires. On sait, aussi, que les glandes en activité sont le siège d'un afflux considérable de leucocytes et l'un de nous (Stassano) a constaté que le mercure, l'arsenic, la strychnine et la morphine, substances auxquelles se rapportent ces observations, se rencontrent dans plusieurs sécrétions, de même que dans les *excreta*, à l'état de véritables combinaisons nucléiniques.

» 2. L'intensité décroissante de l'élimination du mercure dans l'intestin, à partir du duodénum jusqu'au gros intestin, montre que l'activité de la diapédèse leucocytaire varie dans le même rapport d'une région à l'autre du tube digestif. Il a été établi que le pouvoir favorisant sur la digestion trypsique, découvert par Pawlow et Schépowalnikow dans le suc entérique et qu'ils ont appelé *entérokinase*, diminue pareillement à partir

---

([1]) STASSANO, *Sur le rôle des leucocytes dans l'élimination* (*Comptes rendus*, 8 juillet 1901).

du duodénum, devenant nul au niveau du gros intestin. Ce parallélisme et le fait, constaté par M. Delezenne, que les macérations de leucocytes contiennent un principe analogue à l'*entérokinase*, nous ont amenés à rechercher si le pouvoir activant de la sécrétion entérique ne provient pas, en partie du moins, des leucocytes qui affluent sans cesse en grand nombre dans la muqueuse intestinale.

» Pour éclaircir ce point nous avons exalté expérimentalement cet afflux de leucocytes, par des injections intra-veineuses soit de bichlorure de mercure, soit de saccharate de fer, et nous avons comparé le pouvoir activant ou *kinasique* des nucléo-albumines extraites des intestins sièges de ces intenses leucocytoses, avec celui des nucléo-albumines préparées, en même temps et de la même manière (¹), avec des intestins normaux. Le résultat de ces comparaisons, plusieurs fois répétées dans les meilleures conditions, est le suivant : les *nucléo-kinases* de chien mercurialisé et de chien traité par le saccharate de fer sont sensiblement plus actives que les *nucléo-kinases* de chien normal.

» De plus, comme il est certain que la stase sanguine qui accompagne la digestion favorise la diapédèse des leucocytes à travers la muqueuse entérique hyperémiée, nous avons comparé par le même procédé le pouvoir kinasique des nucléo-albumines de l'intestin grêle, du duodénum en particulier, au moment de la digestion, avec celui des nucléo-albumines de muqueuses intestinales de la même région, retirées d'animaux à jeun. Nous avons trouvé également que les premières nucléo-albumines sont plus actives que les secondes.

» Ces résultats concordants nous ont fait examiner si l'action leucocytaire en question est démontrable par l'addition *in vitro* des leucocytes à du suc pancréatique.

» Nous avons constaté, en premier lieu, que la partie liquide des exsudats péritonéaux riches en leucocytes, provoqués chez le cobaye par l'injection de quelques centimètres cubes d'émulsion de lécithine dans de la solution physiologique, possède un pouvoir empêchant vis-à-vis de la digestion trypsique de beaucoup inférieur à celui du plasma sanguin. Nous avons pu apprécier la valeur de cette action empêchante, indépendamment de l'action particulière aux leucocytes, en faisant tomber quelques gouttes de ces exsudats, aussitôt retirés du péritoine du cobaye, dans du suc pancréatique préalablement dilué dans une solution de fluorure de sodium ; cette substance, on le sait, empêche les leucocytes de se détruire et de mettre en liberté les principes diastasiques tels que le fibrin-ferment qu'ils contiennent. En opérant, au contraire, l'addition des gouttes d'exsudat, après y avoir provoqué la désagrégation des leucocytes, par deux ou trois congélations successives, nous avons laissé agir librement sur

(¹) Stassano et Billon, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 31 mai et 26 juillet 1902.

le suc pancréatique les produits apportés par les leucocytes. Dans ce cas, nous avons constaté sur le suc une action kinasique très nette, quoique bien inférieure à l'action exercée sur d'autres échantillons du même suc pancréatique par des *nucléo-kinases* intestinales de différentes provenances.

» Cette différence quantitative est bien naturelle si l'on considère que les leucocytes des exsudats ont subi, depuis leur sortie de la circulation, des modifications telles qu'ils ne peuvent qu'avoir perdu, ou consommé à leur profit, une grande partie de la kinase dont ils disposent à l'état normal.

» L'augmentation du pouvoir favorisant de la muqueuse entérique sur la digestion trypsique, observée par nous, soit pendant les périodes d'activité digestive chez l'organisme normal, soit à la suite d'injections de sels de mercure et de fer, doit être attribuée à l'accroissement de la diapédèse leucocytaire dont l'intestin est le siège d'une façon continue. La signification de cette diapédèse est pourtant double : c'est un mécanisme physiologique d'élimination, en même temps qu'un concours réel aux actes digestifs.

» On s'accordait à considérer les leucocytes comme offrant, parmi les nombreuses variétés de cellule des tissus, l'exemple le mieux caractérisé de la digestion primordiale, intracellulaire. Leur participation aux processus digestifs extracellulaires, que les observations de M. Delezenne et nos expériences ci-dessus viennent de mettre en lumière, constitue, sans aucun doute, un fait biologique d'une importance toute particulière. »

PATHOGÉNIE. — *Hémoglobinurie d'origine musculaire.*

Note de MM. **Jean Camus** et **P. Pagniez**, présentée par M. Bouchard.

« De nombreuses contradictions existent parmi les opinions émises sur la pathogénie de l'hémoglobinurie. Les différentes théories peuvent se ramener à deux : la première suppose qu'il y a hémoglobinhémie avant l'hémoglobinurie; la seconde, que la destruction des globules rouges a lieu au niveau du rein : c'est la théorie rénale. Toutes deux s'accordent sur un fait qui semble capital : c'est que l'hémoglobine provient toujours des globules rouges, en quelque endroit et de quelque manière qu'ils soient lésés. Sans une destruction, et une destruction relativement intense des hématies, il n'y a pas, suivant les auteurs classiques, d'hémoglobinurie.

» Nous avons cherché si d'autres parties de l'organisme contenant de l'hémoglobine ne peuvent jouer un rôle dans l'hémoglobinurie. Nous nous sommes adressés au muscle.

» Sur un chien chloralosé, on incise la cuisse ou résèque un ou deux muscles (15^g et moins pour un chien de 10^{kg}); on essuie ces muscles pour enlever la plus grande partie du sang, puis on les coupe dans des tubes contenus dans un mélange réfrigérant. Les muscles sont triturés et lavés à plusieurs reprises à l'eau distillée; on filtre et l'on ajoute du NaCl pour avoir une solution isotonique au sang. On a ainsi une solution de suc musculaire rouge ou rose d'environ 50^{cm^3} à 60^{cm^3} qu'on injecte dans la veine saphène du chien toujours endormi. Par une sonde vésicale, on recueille l'urine de 10 minutes en 10 minutes. En 10 à 30 minutes, on obtient une urine rose ou rouge foncé, suivant la quantité injectée. Cette urine ne contient pas de globules; elle donne au spectroscope les deux raies de l'oxyhémoglobine; il y a hémoglobinurie. En même temps, on fait une prise de sang dans l'artère fémorale; ce sang oxalaté et centrifugé fournit un plasma qui, fait très surprenant, n'est pas ou est à peine teinté. Le résultat est le même si l'on injecte à un animal *non endormi* une solution provenant des muscles d'un autre chien.

» Il y a ici un phénomène tout à fait différent de celui qui se passe quand on injecte une solution d'hémoglobine provenant de la destruction de globules rouges. Il faut, en effet, dans ce cas, injecter une quantité beaucoup plus considérable d'hémoglobine. Ponfick estime à $\frac{1}{60}$ de la masse des hématies la destruction nécessaire pour donner de l'hémoglobinurie.

» Nos expériences, pratiquées sur de nombreux chiens et lapins, nous ont fourni des chiffres assez peu différents de celui de Ponfick.

» Nous avons également dosé au colorimètre l'hémoglobine dans le sang oxalaté et centrifugé des chiens auxquels nous avons injecté des solutions d'hémoglobine globulaire. Sans nous arrêter à des dosages très précis, sur lesquels nous reviendrons, retenons seulement cette différence que l'hémoglobinurie, causée par la destruction, dans le sang, des hématies, est nécessairement précédée d'hémoglobinhémie intense et que l'hémoglobinurie par injection d'extrait de muscle donne à peine une teinte imperceptible du plasma. Il est évident que, le suc musculaire contenant de l'hémoglobine, de grandes injections de ce suc coloreraient proportionnellement le plasma.

» Ce phénomène peut-il se produire à la suite de lésions musculaires?

» Chez un chien de $9^{kg},5$ chloralosé, nous injectons en 30 secondes 150^g d'eau distillée à $+5°$ dans les muscles des cuisses; à la suite de ces injections un peu brutales, les muscles se contracturent et du tremblement apparaît. Les muscles sont massés et, 30 secondes après l'injection, nous avons de l'hémoglobinurie peu marquée, mais très nette. Le plasma est devenu, dans ce cas, de coloration rose; il est probable qu'une partie de l'eau distillée injectée avait pénétré dans les vaisseaux et occasionné des destructions globulaires; mais la quantité d'hémoglobine contenue dans ce plasma,

estimée au colorimètre, était encore bien inférieure à la quantité minima trouvée dans les hémoglobinuries par destruction globulaire.

» Y a-t-il dans le suc musculaire des substances qui, agissant sur le rein, facilitent le passage de petites quantités d'hémoglobine?

» Si ces substances existent, elles ne sont pas détruites par le chauffage à 56°. La solution musculaire portée 15 minutes à 56°, filtrée et injectée, donne encore de l'hémoglobinurie. Bouilli et débarrassé après filtration de son hémoglobine, le suc musculaire ne donne plus d'hémoglobinurie.

» Si, à de l'extrait de muscle bouilli, on ajoute une solution d'hémoglobine (correspondant à 5^{cg} de sang pour un chien de 13^{kg}) et qu'on injecte ce mélange, on n'obtient pas d'hémoglobinurie, bien que le plasma soit nettement rose. Il faut donc admettre, ou que des substances musculaires agissant sur le rein facilitent le passage de l'hémoglobine (substances hypothétiques non détruites à 56° et détruites à 100°), ou que l'hémoglobine du muscle traverse plus facilement le rein que l'hémoglobine des globules.

» Disons incidemment qu'une solution de foie traité de la même manière que le muscle ne donne pas, au moins à quantité égale, d'hémoglobinurie.

» Ces expériences peuvent-elles avoir une portée clinique ? Nous le croyons, pour des raisons tirées de la pathologie humaine, et surtout de la médecine vétérinaire : ces faits expliquent les cas où le sérum des malades a été trouvé normal ou non modifié pendant les crises, sans être en contradiction avec ceux où il était coloré; ils expliquent les cas où les globules des malades ont résisté *in vitro* au froid (expériences de M. Hayem) et, à plus forte raison, devaient résister dans l'organisme. Encore faudrait-il que des lésions musculaires certaines permettant la sortie du suc musculaire vinssent confirmer la pathogénie que nous proposons; mais les autopsies en état de crise sont rares chez l'homme. On peut au moins invoquer chez lui les douleurs musculaires signalées par beaucoup d'auteurs, et le fait que l'hémoglobinurie peut survenir à la suite de fatigues. Une preuve éclatante nous est offerte par la pathologie animale, et certains médecins vétérinaires, M. Jobelot (1900) en particulier, affirment que des lésions de myosite, pouvant aller jusqu'à l'impotence, existent toujours marquées dans l'hémoglobinurie *a frigore* du cheval. Cet auteur, et déjà M. Lucet (1892), ont d'ailleurs émis des hypothèses sur le rôle du muscle dans l'hémoglobinurie. Nous ne croyons pas qu'on ait jusqu'à présent démontré expérimentalement l'influence du muscle dans l'hémoglobinurie.

» Pour évident que nous semble ce rôle dans l'hémoglobinurie causée par le froid ou la fatigue, nous ne voulons pas nier l'hémoglobinurie précédée de grande hémoglobinhémie dans des infections et intoxications globulaires intenses; nous avons décrit d'autre part une hémoglobinurie d'origine urinaire par action nocive de l'urine sur les globules. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'existence d'une kinase dans le venin des serpents*. Note de M. C. Delezenne.

« Dans une précédente Communication [1], j'ai montré que certains microorganismes sécrètent des diastases ayant les mêmes propriétés que l'entérokinase. Comme le ferment du suc intestinal ou la kinase leucocytaire, ces diastases sont capables, en effet, de conférer aux sucs pancréatiques, totalement inactifs vis-à-vis de l'albumine, un pouvoir protéolytique des plus manifestes.

» J'ai observé que le venin des serpents qui, à beaucoup d'égards, mérite d'être rapproché des toxines et des diastases microbiennes, est doué, lui aussi, de propriétés kinasiques très énergiques. Ce fait peut être mis facilement en évidence en s'adressant au venin de cobra, au venin de bothrops ou à celui de la vipère.

» Je me suis servi, pour mes expériences, de venins qui avaient été desséchés aussitôt que la récolte en avait été faite et qui avaient été conservés à l'abri de l'air et de la lumière [2]. Ces venins étaient redissous dans l'eau distillée et filtrés sur bougie Berkefeld, au moment où l'on voulait en faire usage.

» Je me suis assuré que les solutions ainsi préparées n'exercent par elles-mêmes aucune action digestive sur l'ovalbumine coagulée. Quelle que soit la dose employée et quelle que soit la durée de l'expérience, les cubes d'albumine introduits aseptiquement dans la solution de venin restent absolument intacts [3]. Ajoutés, à très faible

---

(1) *Comptes rendus*, 28 juillet 1902.

(2) Ces venins ont été mis obligeamment à ma disposition par M. Calmette et M. G. Bertrand. Je leur adresse tous mes remercîments.

(3) Nous avons constaté que les solutions de venin complètement dépourvues d'action protéolytique vis-à-vis de l'albumine étaient cependant capables de liquéfier la gélatine, même lorsqu'elles étaient ajoutées à cette substance à dose relativement faible. Ce fait, rapproché de ceux que nous avons signalés précédemment à propos de l'action de certains filtrats microbiens, montre que l'on n'est pas en droit d'identifier, comme l'ont fait certains auteurs, les diastases liquéfiant la gélatine avec la trypsine. J'aurai d'ailleurs l'occasion de revenir en détail sur cette question.

dose, à des sucs pancréatiques dépourvus eux-mêmes de toute action protéolytique vis-à-vis de l'albumine, les venins confèrent à ces derniers un pouvoir digestif extrêmement marqué.

» Avec le venin de bothrops que nous avions à notre disposition, il suffisait généralement d'ajouter à 1^{cm^3} de suc pancréatique $0^{cm^3},5$ à 1^{cm^3} d'une solution au $\frac{1}{1000}$, soit $0^{mg},5$ à 1^{mg} de venin, pour obtenir la digestion d'un cube d'albumine de $0^{g},50$ en l'espace de 10 à 12 heures. Des doses beaucoup plus faibles, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, et parfois même $\frac{1}{50}$ de milligramme, donnaient encore le même résultat, avec cette seule différence que la digestion mettait 24 heures, 48 heures et même 72 heures pour être complète.

» Le venin de cobra s'est montré un peu moins actif que le précédent, mais son action était habituellement encore des plus évidentes lorsqu'on l'employait à la dose de $\frac{1}{5}$ ou même de $\frac{1}{10}$ de milligramme. Quant au venin de vipère, il était souvent nécessaire de l'employer à dose cinq à dix fois plus forte, pour obtenir le même résultat.

» Je me suis assuré, d'autre part, que ces venins perdent complètement leur pouvoir kinasique lorsqu'ils sont portés à la température de 100° pendant 15 minutes.

» Le venin des serpents renferme donc une diastase ayant les mêmes propriétés que l'entérokinase, la kinase leucocytaire ou les kinases microbiennes (¹). Cette diastase est-elle de quelque utilité dans les processus digestifs chez l'animal qui la produit? Est-elle distincte, d'autre part, du principe qui donne aux venins leur toxicité? C'est ce que je me propose d'examiner ultérieurement. »

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Toxine tétanique; observations de la résistance électrique et de l'indice de réfraction.* Note de MM. **Dongier** et **Lesage**, présentée par M. Amagat.

« Nous avons déjà appliqué à l'étude de la fermentation lactique (²) la méthode de mesure de la résistance électrique. Il était naturel d'étendre ces recherches à d'autres cultures microbiennes; les faits suivants se rapportent au bacille du tétanos (³).

» I. Si l'on cultive en bouillon le bacille tétanique en se conformant aux règles classiques (8 jours d'étuve et contrôle de la production de la toxine par l'expérimenta-

---

(¹) Les toxines végétales, telles que la ricine et l'abrine, qu'on a l'habitude de rapprocher des produits solubles sécrétés par les microbes ou des venins, ne possèdent pas de propriétés kinasiques. La sécrétion buccale de la sangsue m'a donné également des résultats négatifs.

(²) *Comptes rendus*, 10 mars 1902.

(³) Nous remercions vivement M. Momont, de l'Institut Pasteur, qui a bien voulu fournir une partie de nos matériaux d'étude.

tion), on observe, comme dans le cas de la fermentation lactique, un abaissement de la résistivité par rapport à celle du bouillon témoin placé dans les mêmes conditions. Voici quelques exemples :

	Résistivité.					
	$t = 25^\circ$.	$t = 25^\circ$.	$t = 25^\circ$.	$t = 25^\circ$.	$t = 16^\circ,7$.	
Bouillon témoin....	$59^\omega,6$	$68^\omega,0$	$68^\omega,5$	$57^\omega,8$	$105^\omega,5$	
Bouillon avec toxine tétanique........	$50^\omega,5$	$58^\omega,7$	$62^\omega,8$	$50^\omega,2$	$80^\omega,5$	....

» Ce résultat est intéressant, parce qu'il n'en est pas ainsi de tous les microbes. Les uns ne modifient pas la résistivité du bouillon de culture, tandis que les autres l'élèvent. Cette propriété de ne pas modifier, d'augmenter ou de diminuer la résistivité du milieu, peut servir de règle pour la différenciation des microorganismes.

» II. La valeur de la résistivité du bouillon tétanique est la même avant et après la filtration. Le bacille tétanique ne modifie donc point par sa présence la conductibilité électrique du milieu; il agit en cela à la manière des matières albuminoïdes qui, on le sait, n'influent pas sur l'ionisation des solutions salines.

» III. On sait que la toxine tétanique portée à l'ébullition perd ses propriétés physiologiques. Dans ce cas, nous avons noté que la résistivité du milieu ne changeait pas; ainsi, l'augmentation de la conductibilité du bouillon de culture sous l'influence de l'évolution microbienne ne serait pas due à la toxine tétanique.

» IV. On sait d'autre part que, dans l'expérience classique de Wassermann, la cervelle fraîche mise en présence du bouillon chargé de toxine tétanique s'empare de cette dernière. L'observation de ce bouillon non dilué nous a montré que sa résistivité avait augmenté après le contact de la cervelle. Celle-ci, qui retient la toxine tétanique, paraît donc fixer également une partie des produits qui, élaborés par le microbe, avaient abaissé la résistivité du bouillon de culture. Ce résultat est confirmé par le fait que le passage sur la cervelle ne modifie pas la résistivité du bouillon témoin. Citons quelques résultats :

Toxine tétanique	avant passage sur cervelle.	60^ω	$60^\omega,9$	$50^\omega,2$	$50^\omega,5$	...
	après passage » .	$64^\omega,7$	$71^\omega,5$	$55^\omega,9$	$59^\omega,1$	...
Bouillon témoin	avant passage sur cervelle.	$57^\omega,8$	$59^\omega,6$	$68^\omega,5$	»	...
	après passage » .	$58^\omega,3$	$59^\omega,6$	$68^\omega,9$	»	...

» V. La mesure des indices de réfraction du bouillon témoin, du bouillon avec toxine tétanique, soumis ou non à l'ébullition, avant et après le passage sur la cervelle, n'a pas mis en évidence des différences qui fussent caractéristiques. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Distribution des corps suprarénaux des Plagiostomes.* Note de M. Ed. Grynfeltt, présentée par M. Alfred Giard.

« Les auteurs qui ont étudié la répartition des corps suprarénaux dans la cavité abdominale des Plagiostomes se sont contentés d'indiquer qu'ils

étaient métamériques. Pour beaucoup d'espèces, cette notion répond assez bien à la réalité des faits, si l'on se contente d'examiner dans ses grandes lignes le mode de distribution de ces organes. Mais, si l'on étudie avec soin certaines espèces, et si l'on compare le nombre des corps suprarénaux à celui des segments de la région qu'ils occupent, on est frappé de la divergence qui existe entre ces deux nombres. L'explication de cette irrégularité, dans la métamérie des organes en question, m'a été donnée par l'étude de préparations où le système vasculaire sanguin a été injecté par les méthodes histologiques. On peut ainsi obtenir des préparations d'ensemble, faciles à étudier au microscope : la physionomie toute spéciale des réseaux vasculaires dans ces corps, dont j'ai donné antérieurement la description, permet toujours de les reconnaître dans les préparations et de les dénombrer. Du même coup sont mises en évidence les connexions si étroites des corps suprarénaux avec le système artériel, connexions qui ont une importance très grande pour faire comprendre la distribution de ces corps. En effet, sur de telles préparations, on peut voir que, chez les Squales, ces corps sont typiquement métamériques, mais que, toutefois, leur nombre et leur position sont réglés par le nombre des artères segmentaires. Là où ces artères se répètent régulièrement dans chaque segment (*Acanthias vulgaris*, *A. Blainvillei*, *Mustulus lœvis*, *M. vulgaris*, *Galeus canis*, *Squatina angelus*, *Hexanchus griseus*, *Echinorhinus spinosus*), le nombre des corps suprarénaux est le plus élevé; il y en a presque autant de paires qu'il y a de segments dans la cavité abdominale. En effet, ainsi que l'ont montré les auteurs, le corps suprarénal antérieur ou corps axillaire résulte toujours de la fusion d'un certain nombre de corps. Par conséquent, la faible différence que l'on trouve entre le nombre des segments et celui des corps, y compris l'axillaire, compté pour un seul, s'explique par la fusion dont un certain nombre des corps antérieurs ont été l'objet pour donner naissance à l'axillaire.

» Lorsque les artères de deux segments consécutifs naissent d'une seule branche aortique, les corps suprarénaux placés à leur niveau tendent à se fusionner, et se fusionnent souvent. Ce fait s'observe surtout chez le *Scyllium catulus* et *Sc. canicula*. Ces fusions se présentent presque exclusivement dans la portion abdominale antérieure et s'étendent en arrière beaucoup plus loin chez les *Scyllium* que chez les autres espèces mentionnées plus haut. Mais, ici encore, le nombre des corps suprarénaux n'est pas sensiblement inférieur à celui des segments, si l'on tient compte, dans leur dénombrement, de ce que des masses suprarénales résultent de la juxtaposition de deux ou trois de ces organes. L'indépendance relative des réseaux vasculaires dans les pièces injectées et étudiées histologiquement permet, le plus souvent, d'évaluer exactement

le nombre de corps ayant participé à cette fusion. Il en résulte cependant une irrégularité apparente, sur des pièces non injectées, et d'autant plus frappante que la disposition des artères n'est pas toujours la même à droite et à gauche de la ligne médiane, et que, par suite, il y a une asymétrie plus ou moins marquée entre des corps de la même paire. Chez la *Centrina vulpecula*, il y a une irrégularité manifeste dans la métamérie artérielle : parallèlement à la réduction du nombre des artères segmentaires, nous assistons à une diminution du nombre des corps suprarénaux, si bien que, pour 41 segments, on ne compte plus en moyenne que 27 corps. La différence est donc de 14 entre les deux chiffres. On ne saurait ici considérer le corps axillaire comme la compensant; car, d'après sa taille, il n'est guère plus gros relativement que celui des autres Squales, où il représente tout au plus 4 à 5 corps fusionnés. Par conséquent, la *Centrina* offre une discordance marquée entre le nombre des corps suprarénaux et celui des segments vertébraux. C'est un type servant de transition, à ce point de vue, entre les Squales à métamérie suprarénale régulière et les Raies, où cette métamérie est devenue irrégulière au point d'être méconnaissable, s'il n'y avait une série de transitions.

» Parmi ces Raies, la *Torpedo marmorata* est une des espèces où le nombre des corps suprarénaux est le plus élevé par rapport au nombre des segments. On peut en trouver jusqu'à 14 paires, plus l'axillaire, sur les 25 segments de la cavité abdominale. Ici encore, la réduction du nombre des corps suprarénaux est concomitante avec celle du nombre des artères segmentaires. Chez diverses espèces étudiées du genre *Raja* (*R. clavata, R. marginata, R. mosaïca, R. punctata*), la disposition est à peu près la même que chez la Torpille. Chez la *Myliobatis aquila*, et surtout la *Trigon pastinaca*, la discordance est encore plus marquée, puisque, y compris l'axillaire, on trouve chez cette dernière espèce tout au plus 20 corps de part et d'autre de la ligne médiane (l'irrégularité de leur distribution est telle que l'on ne saurait parler ici de paires), tandis que le nombre des segments s'élève à 64. Chez les Raies, la numération des corps suprarénaux est du reste très difficile, car on y rencontre de longues bandes de substance suprarénale, enveloppant les branches anastomotiques jetées entre deux intercostales consécutives, souvent séparées l'une de l'autre par la longueur de plusieurs segments, et dans lesquelles il est impossible, ainsi qu'on peut le faire chez la plupart des Squales, de compter les unités suprarénales ayant pris part à leur constitution.

» Toutefois, en multipliant les observations sur des pièces injectées, on constate que, chez les Raies, les corps suprarénaux sont, au même titre que chez les Squales, en rapports étroits avec les branches artérielles émanées de l'aorte; ce fait a été signalé déjà, et avec raison, par Pettit, contrairement à l'opinion précédemment émise par Chevrel.

» On trouvera des détails et des renseignements bibliographiques plus étendus, relatifs à cette question, dans un Mémoire qui sera publié incessamment. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur la durée germinative des graines.* Note de M. **Jules Poisson**, présentée par M. Dehérain.

« Les recherches que M. Maquenne poursuit depuis déjà plusieurs années sur l'hygrométricité des graines (¹) ont appelé de nouveau l'attention sur la question de leur durée germinative et ont montré notamment que l'humidité est préjudiciable à leur conservation. C'est là un résultat important; cependant, il semble que l'influence funeste de l'eau s'exerce sur certaines espèces et devienne moins sensible sur d'autres, sans doute à la suite d'une adaptation préalable, et c'est cette vitalité qui m'engage à faire connaître quelques nouvelles observations qui me sont pour la plupart personnelles.

» Pour certaines graines, la germination doit s'effectuer hâtivement; citons celles du Poivrier, du Muscadier, des *Hevea,* du Cacaoyer et nombre d'espèces similaires parmi les Palmiers, les Conifères, les Amentacées, etc.

» Pour d'autres, le pouvoir germinatif dure de longues années, lorsqu'on a soin de les soustraire à certaines influences extérieures fâcheuses. Dans une Note encore récente (²), j'émettais l'opinion que ces influences préjudiciables sont : 1° les températures extrêmes; 2° le manque de siccité de l'air; 3° l'action de l'oxygène; et 4° la lumière.

» On trouve enfin des graines vis-à-vis desquelles la nature semble n'avoir pris aucune précaution, et qui pourtant possèdent la faculté de germer après de longues périodes de sommeil. Nous ne parlerons pas des céréales des sépultures anciennes; les observations de De Candolle (³) et de Gain (⁴) ont clos définitivement le débat à leur sujet. Les observations citées par Michalet (⁵) sont plus instructives : leur auteur a vu surgir un

---

(¹) *Comptes rendus,* t. CXXIX, p. 773; *Ann. agron.*, t. XXVI, p. 321; *Comptes rendus,* t. CXXXIV, p. 1243, et t. CXXXV, p. 208.

(²) *Congrès de l'Association pour l'avancement des Sciences,* année 1900.

(³) *Ann. des Sc. nat.* (*Botanique*), 3e série, t. II, p. 373. — *Origine des plantes cultivées,* p. 290.

(⁴) *Comptes rendus,* t. CXXXIII, p. 1248.

(⁵) *Bull. de la Soc. bot. de France,* 1860, p. 334. Voir aussi les observations de l'abbé Audierne dans la Notice de Ch. Des Moulins (*Actes de la Soc. Linn. de Bordeaux,* t. VII, p. 65) et celles antérieures de Dureau de la Malle : *Sur l'alternance de la reproduction des espèces végétales* (*Ann. des Sc. nat.*, 1re série, t. V, p. 353).

Galium absolument inconnu de la région qu'il habitait, à la suite d'un dépôt de sable issu d'une sablonnière avoisinante, et il était convaincu que les semences qui l'ont produit étaient dans le sol depuis de nombreux siècles. Il mentionne encore d'autres espèces, mais celles qui nous intéressent le plus sont les sortes aquatiques : *Chara, Potamogeton, Naias, Villarsia, Nuphar,* etc., qu'a constatées Michalet. Toutefois, pour les espèces sylvicoles, nous citerons un nouvel exemple. Plusieurs observateurs ont vu surgir, après une coupe de bois, la Digitale, les Campanules, qui recherchent la lumière, et bien d'autres espèces encore, auxquelles nous ajouterons la suivante :

» 1° Dans le parc du château de Combreux, en Seine-et-Marne, appartenant à M. L. Hennecart, chaque fois que, dans une portion déterminée de ce parc on fait, la coupe du bois, apparaît en quantité une Légumineuse annuelle, le *Lathyrus Nissolia*. La plante se ressème durant quelques années, mais, dès que les arbres repoussent et font ombrage, le *Lathyrus* disparaît. 30 ans après, nouvelle coupe, et la Légumineuse réapparaît. Le chef de la famille Hennecart, ayant vécu 92 ans, a pu, à plusieurs reprises, constater le fait.

» Les graines des végétaux croissant habituellement près des cours d'eau méritent une attention spéciale.

» 2° Nous avons assisté, dans notre enfance, à la prise de terre faite par le Dr Boisduval lorsqu'on creusait profondément le sol occupé jusqu'alors par les vieilles maisons de la Cité, à Paris, en vue d'y établir les édifices qu'on y voit aujourd'hui. Revenu chez lui, rue de l'Estrapade, Boisduval répandit cette terre sur deux vases pleins de terre de son jardin et, 1 mois après, il avait deux superbes potées de *Juncus bufonius* qui croît en lieux humides, « conditions analogues à celles qu'offrait le sol sur lequel fut » bâtie Lutèce », dit Duchartre dans ses *Éléments de Botanique* (3e édit., p. 838).

» 3° Le *Coleanthus subtilis*, petite Graminée observée il y a 40 ans aux bords des étangs en Bretagne, inspira au professeur Sirodot un excellent article ([1]). Il constata qu'elle n'apparaissait que les années où les étangs découvraient exceptionnellement leurs rives. A l'étang de Paimpont, on n'a vu cette plante que lorsque les eaux avaient baissé comme elles ne l'avaient pas fait depuis 30 et 40 ans. « N'est-ce pas un fait » intéressant, dit-il, qui prouve que les graines de *Coleanthus* peuvent se conserver » sous l'eau pendant une longue série d'années. » Enfin, l'auteur cite d'autres espèces (telle est l'*Eleocharis ovata*) ne se montrant qu'après un retrait notable des eaux.

» 4° Le *Carex cyperoides* est bien connu des botanistes par son habitat spécial sur l'emplacement des étangs asséchés. Ce *Carex* foisonnait à l'étang d'Armanvillers (Seine-et-Marne) quand son possesseur préférait mettre celui-ci en culture. La propriété passant en d'autres mains, l'étang était à nouveau rempli ; alors le *Carex*

([1]) *Ann. des Sc. nat.* (*Botanique*), 5e série, t. X, p. 65.

disparaissait. Des périodes de 20 et 30 ans se sont écoulées dans l'une ou l'autre de ces conditions, et, chaque fois que l'on assèche l'étang, le *Carex* reparaît.

» 5° Aux environs d'Abbeville, sur des terres ayant pendant près de 2 siècles appartenu à la famille de Brutelette, le botaniste de ce nom a fait la remarque suivante: Des prés trop humides sont fréquemment drainés au moyen de fossés, qui seront comblés ultérieurement après asséchement du sol. La terre mise en ados le long des fossés se couvre, peu de jours après la fouille, d'une multitude de germinations d'Aulnes. Cependant, jamais, autant que le souvenir a pu remonter, les gens du pays n'ont vu en cet endroit, ni dans le voisinage, les Aulnes qui ont produit ces graines.

» Si l'on rapproche ces observations de celles des savants précités, on est frappé de voir que les plantes végétant d'habitude dans des conditions nécessaires d'humidité ont le privilège de conserver leurs graines plus longtemps que les autres, mais elles ne doivent pas, semble-t-il, quitter ce milieu humide. Nous avons la conviction que les graines de maintes autres espèces d'habitat semblable sont dans le même cas. Que ces graines aient un albumen farineux entouré d'une couche protéique (1) comme le *Juncus*, le *Coleanthus* ou le *Carex*, ou sans albumen comme le *Lathyrus* et l'*Alnus*, la durée de la conservation est identique.

» Il ressort de ce qui précède que, si l'état d'étouffement et la siccité du milieu ambiant sont nécessaires pour assurer la conservation de quantité de graines, ces conditions paraissent indifférentes à d'autres sortes, parmi lesquelles beaucoup de marécageuses qui possèdent ou ont acquis par accoutumance le pouvoir de résister aux actions destructives de l'air et de l'eau. A quoi tient cette immunité? Sur ce point, la discussion reste ouverte et de nouvelles recherches sont nécessaires pour résoudre d'une manière définitive la question que nous avons cru devoir soulever dans la présente Note. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La vérification de la loi des hauteurs barométriques.* Note de M. **W. de Fonvielle**. (Extrait par l'auteur.)

« Le 15 janvier 1872, une Commission de l'Académie (2) approuva les projets d'observations de Physique et d'Astronomie que j'avais exposés dans

(1) Cette couche existe dans toutes les graines de Monocotylédones, dont l'albumen est amylacé et se formant dans le sac embryonnaire; conséquemment, elle est absente autour du périsperme des Scitaminées.

(2) Cette Commission était composée de MM. Becquerel père et fils, Le Verrier, Dupuy de Lôme et Regnault.

diverses Communications insérées aux *Comptes rendus* pendant l'année 1871. Cette Commission traça même, à cette occasion, un plan de vérifications de la loi des hauteurs barométriques, dont elle signalait l'urgence. La difficulté de ces opérations m'empêcha de les effectuer, comme j'en aurais eu le désir. Mais il est devenu impossible de se soustraire à ce genre de recherches. En effet, au Congrès scientifique d'aérostation tenu à Berlin, des savants autorisés ont discuté sur la comparaison d'altitudes enregistrées à 12000^m et 14000^m, c'est-à-dire dans des conditions telles que les hauteurs enregistrées ne peuvent être évaluées qu'avec une exactitude tout à fait problématique. Ne sont-elles pas quadruples ou quintuples de celles dont le baron Ramond s'est servi pour établir la valeur numérique de son coefficient? Il s'est adressé à MM. Hermite et Besançon qui, par leurs ascensions de ballons-sondes, exécutées en 1892, ont donné l'impulsion au mouvement d'exploration de la haute atmosphère.

» La base de la vérification sera, comme les commissaires de 1872 l'ont demandé, la visée trigonométrique d'une boule brillante ou d'une lampe électrique, suspendue à une certaine distance au-dessous du ballon. Les deux stations seront placées à deux des plates-formes de la Tour Eiffel. Les départs, soit par ballons-sondes, soit par ballons montés, seront exécutés du parc de l'Aéro-Club aux coteaux de Saint-Cloud, qui est relié lui-même téléphoniquement avec la Tour.

» On attachera au ballon une seconde série d'enregistreurs, placés à une distance connue, et l'on verra si les indications de cette seconde série peuvent être déduites de la première, en appliquant à cette distance la loi des hauteurs barométriques avec les corrections convenables.

» Les ascensions, soit libres, soit montées, auront lieu à des hauteurs de plus en plus grandes, au fur et à mesure des progrès faits dans l'art d'exécuter ces difficiles opérations.

» Le ballon pourra recevoir deux nacelles dans les ascensions montées; alors les observations seront faites comparativement avec les instruments les plus délicats. »

La séance est levée à 3 heures et demie.

M. B.